

# Fehleranalyse im System der teilflächenspezifischen Grunddüngung

Robin Gebbers

Technik im Pflanzenbau  
Leibniz-Institut für Agrartechnik Potsdam  
Max-Eyth-Alle 100  
14469 Bornim  
rgebbers@atb-potsdam.de

**Abstract:** Eine Fehleranalyse der teilflächenspezifischen Grunddüngung durch Schätz- und Monte-Carlo-Methoden wird an zwei Beispielen vorgestellt. Es zeigt sich, dass die Genauigkeit der Düngerausbringung gegenüber der Genauigkeit der Nährstoffbedarfsberechnung eine sehr hohe Bedeutung hat. Monte-Carlo-Methoden können sehr zeitaufwändig sein, auch deshalb ist eine Kombination mit Schätzmethode zur Fehleranalyse sinnvoll.

## 1 Einleitung

Obwohl „Precision Farming“ schon durch die Bezeichnung den Anspruch erhebt „genauer“ als konventionelle, schlageinheitlich arbeitende Landwirtschaft zu sein, wird der „Genauigkeit“ nur sehr partiell Aufmerksamkeit geschenkt. Die Genauigkeit einzelner Komponenten des Systems Precision Farming (PF) wurde intensiv untersucht (z.B. GPS, Ertragskartierung, Düngerstreuer). Es gibt jedoch nur wenige Untersuchungen, die sich mit der Fehleranalyse bei der Verknüpfung mehrerer Komponenten bzw. Arbeitsschritte im Produktionssystem PF befassen. Im Fall der Grunddüngung wären dies alle Arbeitsschritte von der Bodenbeprobung über die Applikations-Berechnung bis zur Ausbringung des Düngers. Unter Fehleranalyse wird hier die Fehlerfortpflanzung und die Auswirkung der Fehler auf das Endergebnis (Sensitivitätsanalyse) verstanden. Im Folgenden werden Ansätze und Ergebnisse der Fehleranalyse im PF an zwei Beispielen bei der teilflächenspezifischen Grunddüngung (P, K und Mg) vorgestellt.

## 2 Methoden

Die Methoden zur Bestimmung der Fehlerfortpflanzung lassen sich in drei Gruppen einteilen [He98]: streng analytische Methoden, Schätzmethode und stochastische Simulationen. Streng analytische Methoden, mit Bestimmung von Faltungsintegralen, sind für die praktische Anwendung weniger empfehlenswert, da sie sehr aufwendig in

der Durchführung sind und ihre Voraussetzungen sehr genau eingehalten werden müssen. Für additive und multiplikative Modelle mit kontinuierlichen Variablen sind als Schätzmethoden das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz (Taylor-Methode erster Ordnung) bzw. die Taylor-Methode zweiter Ordnung gut geeignet. Nicht-lineare Modelle lassen sich oft nur mit stochastischen Simulationsverfahren (Monte-Carlo-Methoden) untersuchen.

Im Folgenden wird die Fehlerfortpflanzung von Funktionen mit multiplikativen Termen durch Taylor-Polynome zweiter Ordnung geschätzt. Für eine Funktion  $y = g(x_1, x_2 \dots x_m)$  ergibt sich nach [He98] allgemein:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{k,l}^m \rho_{k,l} \sigma_k \sigma_l g'_k(\bar{x}) g'_l(\bar{x}) + \frac{1}{4} \sum_i^m \sum_j^m \sum_k^m \sum_l^m (\rho_{i,k} \sigma_i \sigma_k \rho_{j,l} \sigma_j \sigma_l + \rho_{i,k} \sigma_i \sigma_l \rho_{j,k} \sigma_j \sigma_k) g''_{ji}(\bar{x}) g''_{kl}(\bar{x})}$$

mit Korrelation  $\rho$ , Standardabweichung  $\sigma$ , erste und zweite Ableitung  $g'(\bar{x}), g''(\bar{x})$  beim Mittelwert  $\bar{x}$ . Die im Beispiel unten benutzten speziellen Schätzformeln wurden mit dem Computer-Algebra-Programm ADAM [WH98] erstellt.

Die Monte-Carlo Methode basiert darauf, eine große Anzahl von Realisationen der Eingangsvariablen zu erzeugen. Die Realisationen folgen den vermuteten Häufigkeitsverteilungen der Inputparameter. Die geostatistische Simulation ist eine Erweiterung dieser Methode für räumliche Daten. Für die Eingangsvariablen werden zusätzlich zu den Verteilungsparametern auch die Parameter der räumlichen Autokorrelation benötigt. Räumlich korrelierte Zufallszahlen wurden hier mit dem Programm gstat [Pe01] erzeugt.

### 3 Ergebnisse

Düngungsalgorithmen nach den Empfehlungen des VDLUFA bilden den Standard in Deutschland. Die Algorithmen der Grunddüngung (P, K, Mg) beruhen auf zwei Prinzipien: Einstellung eines optimalen Bodennährstoffgehalts (Bodenausgleichsdüngung) und Bilanzierung der Nährstoffflüsse zur Bestimmung des Nettonährstoffbedarfs der Kulturen (pflanzenbezogene Düngung). Bei der Berechnung des Bodennährstoffbedarfs entstehen Fehler insbesondere durch die geringe Beprobungsdichte im Vergleich zur räumlichen Variation der Nährstoffgehalte. Bei der Bestimmung des Nettobedarfs der Kulturen bestehen die Unsicherheiten insbesondere bei der Ertragsprognose (Nährstoffentzüge). Fehler können nicht nur bei der Berechnung des Düngungsbedarfs entstehen, sondern auch bei der Ausbringung des Düngers. Ein Vergleich der Fehlereinflüsse erfolgt anhand der P-Düngung für eine vierjährige Fruchtfolge bestehend aus Winterraps (*WR*), zweimal Winterweizen (*WW*) und Wintergerste (*WG*) unter Berücksichtigung des Bodennährstoffbedarfs (*BOD*). Untersucht werden zwei Szenarien:

1. Applikation (*APPL*) mit einer einzigen Streuerfahrt (*STR*)  

$$APPL = (WR + BOD + WW_1 + WW_2 + WG) \cdot STR$$
2. Applikation des Düngers aufgeteilt in jährliche Raten. Der Düngungsbedarf von Winterraps (*WR*) und Boden (*BOD*) wird durch die Ausbringung im ersten Jahr gedeckt

( $STR_1$ ). Die weiteren Streuerfahrten dienen nur noch der pflanzenbezogenen Düngung  
 $APPL = (WR + BOD) \cdot STR_1 + WW_1 \cdot STR_2 + WW_2 \cdot STR_3 + WG \cdot STR_4$

Die Bezugsbasis für die Fehleranalyse war kg P/ ha. Die Ansetzungen sind Tabelle 1 zu entnehmen. Absolute Sensitivitäten wurden mit  $\frac{\Delta Output [kg P/ ha]}{\Delta Input [kg P/ ha]}$  berechnet.

	Mittelwert [kg P/ha]	Fehler StdAbw. [kg P/ha]	Sensitivität der Fehler Szenario 1 d [kg P/ha]	Sensitivität der Fehler Szenario 2 d [kg P/ha]
WR	33.97	3.95	0.5	0.6
WW <sub>1</sub>	28	3.50	0.5	0.6
WW <sub>2</sub>	25.9	3.50	0.5	0.6
WG	37.44	4.80	0.5	0.7
BOD	25.00	5.00	0.2	0.3
STR (Szenario 1)	1.00	0.10	112.1	
STR <sub>1</sub> (Szenario 2)	1.00	0.10		22.5
STR <sub>2</sub> (Szenario 2)	1.00	0.10		5.1
STR <sub>3</sub> (Szenario 2)	1.00	0.10		4.4
STR <sub>4</sub> (Szenario 2)	1.00	0.10		9.1

Tabelle 1: Sensitivität der Fehler von zwei Düngungsszenarien.

Bei beiden Szenarien zeigte sich, dass die Ungenauigkeit des Streuvorgangs gegenüber der Ungenauigkeit der Düngungsbedarfsberechnung den größeren Einfluss auf die Standardabweichung des Düngungsergebnisses hat. Dieser Einfluss ist bei der Ausbringung des gesamten Nährstoffbedarfs für eine vierjährige Fruchtfolge in einer einzigen Gabe besonders hoch (Szenario 1). Durch Aufteilung auf mehrere Gaben lassen sich die durch den Düngerstreuer verursachten Fehler verringern. Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Bodennährstoffbedarfs haben den geringsten Einfluss.

Da der Streuvorgang für das Düngungsergebnis eine so große Bedeutung hat, soll dieser nun näher untersucht werden. Neben Fehlern des Düngerstreuers selbst (Ausbringmenge, Streubild) kann auch die räumliche Auflösung der Management-Units (MU) und die daraus abgeleiteten Sollwert-Karten einen Einfluss haben. Dies wurde durch stochastische Simulation untersucht. Ausgangspunkt war eine simulierte Nährstoffbedarfskarte mit sehr moderaten Annahmen für die Variabilität des Düngerbedarfs: Reichweite der räumlichen Autokorrelation 120 m, Mittelwert 130 kg/ha, Standardabweichung 24 kg/ha. Die räumliche Auflösung betrug 1 m<sup>2</sup> bei einer Gesamtfläche von 36 ha. Die Größe der quadratischen MU variierte von 1 m \* 1 m bis 72 m \* 72 m. Die Sollwerte für die Applikationskarte wurden als Mittelwerte der Bedarfskarte innerhalb der MU berechnet. Die Applikation erfolgte als Simulation eines Zweischeiben-Schleuderstreuers mit optimalem, fehlerlosen Streubild (Dreieck), einer Streubreite von 36 m und einer effektiven Arbeitsbreite von 18 m. Es wurden jeweils einheitliche und separate (Teilbreiten-) Ansteuerungen der Streuscheiben realisiert. Sonstige Fehler z.B. durch GPS wurden ausgeschlossen. Zur Auswertung wurde die Standardabweichung zwischen den As-applied-Karten (Karten der ausgebrachten Düngermenge) und der Sollwert- sowie der Bedarfskarte berechnet. Wie aus Abb. 1 ersichtlich hängt die Düngungsgenauigkeit deutlich von der Größe der MUs ab. Es sollte daher mit möglichst

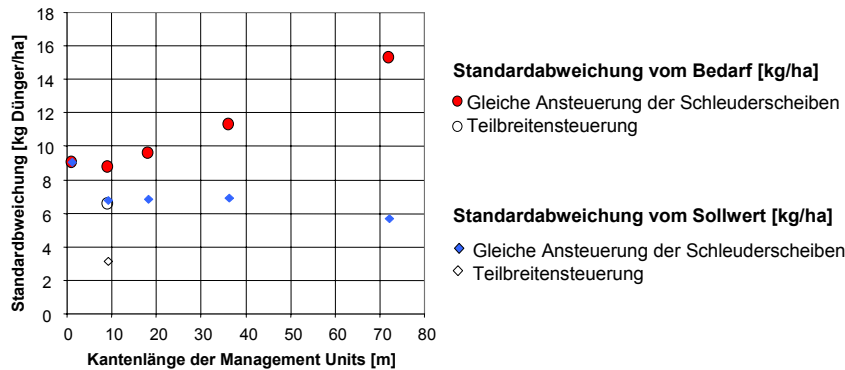


Abbildung 1: Ergebnisse der Düngungssimulation mit unterschiedlich großen Management Units und Teilbreitensteuerung. (Wirkung der Teilbreitensteuerung ist nur bei MU-Kantenlänge von 9 m erkennbar)

kleinen MUs gearbeitet werden. Eine Verbesserung der Düngestreuergenauigkeit durch Teilbreitensteuerung bringt nur Vorteile, wenn die Kantenlänge der MUs etwa der halben effektiven Arbeitsbreite entspricht.

#### 4 Diskussion

Da Monte-Carlo-Methoden auch mit heutiger Hardware sehr zeitaufwändig sein können, ist es insbesondere für Sensitivitätsanalysen sinnvoll, sie mit Schätzmethoden zu kombinieren. Eine gewisse Verringerung des Rechenaufwands ist durch Latin-Hypercube-Sampling möglich. Im Vergleich zur Monte-Carlo Methode ist bei den Schätzmethoden die mehrdimensionale, gemeinsame Verteilung der Input-Parameter einfacher definierbar - es müssen lediglich Verteilungstyp, Mittelwert, Standardabweichung und Korrelationen angegeben werden. Dagegen kann durch die Monte-Carlo Methode eine vollständige Fehlerverteilung mit beliebiger Genauigkeit erzeugt werden. Bei nicht-linearen Modellen ist sie meist die einzige anwendbare Methode.

#### 5 Literaturverzeichnis

- [He98] Heuvelink, G. B. M.: Error Propagation in Environmental Modelling with GIS. Taylor & Francis: London, GB, 1998
- [WH93] Wesseling, C. G.; Heuvelink, G. B. M.: ADAM User's Manual. Department of Physical Geography, University of Utrecht: Utrecht, NL, 1993.
- [Pe01] Pebesma, E.: gstat user's manual. Dept. of Physical Geography, Utrecht University: Utrecht, The Netherlands, 2001.