

Berücksichtigung von Investitionen in Modellen der einperiodischen Linearen Programmierung

LUDGER HINNERS-TOBRÄGEL, HALLE

Abstract

Multi-period models are usually used to model investments in linear programming. For one-period formulations, the following problem arises. If the disposable equity can be invested interest-bearing on the finance market, optimal investment planning for plant and equipment on the one hand and production planning on the other hand cannot be determined simultaneously. In this paper, an approach is presented to overcome this shortcoming.

1 Einleitung

Ansätze der linearen Programmierung (LP) stellen ein gebräuchliches Werkzeug in der Modellierung landwirtschaftlicher Unternehmen dar. Werden LP-Modelle zur langfristigen Betriebsplanung eingesetzt, sollten sie die Möglichkeit von Investitionen enthalten. Dabei interessiert oft nicht nur die Frage, ob eine bestimmte Investition sinnvoll ist, sondern auch ihr optimaler Umfang. Solche Fragestellungen können relativ leicht in mehrperiodische LP-Tableaus integriert werden, da hier alle Zahlungsströme erfasst sind und daher nicht mit kalkulatorischen Kosten gearbeitet werden muss (KÖHNE 1968). Der Nachteil mehrperiodischer Tableaus liegt in ihrer rasch wachsenden Größe, die sie unübersichtlich und schwer verständlich macht. Obwohl mit ihnen auch der optimale Zeitpunkt von Investitionen bestimmt werden kann (HAZELL & NORTON 1986, S. 54f), konnten sie sich in der Praxis bisher nicht durchsetzen.

In der Standardliteratur zu Operations Research (LP ist ein Teilgebiet von OR) findet sich nur sehr wenig zur Einbeziehung von Investitionen in Modelle der linearen Programmierung. Viele allgemeine Lehrbücher zu OR, wie NEUMANN (1975), WITTE et al. (1975), EISELT & FRAJER (1977), GAL (1991), DOMSCHKE & DREXL (1991) und NEUMANN & MORLOCK (1993), behandeln hauptsächlich Lösungsalgorithmen. Konkrete Formulierungsprobleme sind kaum und Investitionen überhaupt nicht erwähnt. In KREKÓ (1974, S. 310) werden Investitionen als Kapazitätsproblem betrachtet, die Kosten der Investition bleiben ausgeklammert. HILLIER & LIEBERMANN (1988, Kap. 3) geben die Kosten einer Investition vor, eine Herleitung unterbleibt. In STEINHAUSER et al. (1989) werden Investitionen im Zusammenhang mit LP zwar behandelt, die Kapitalkosten jedoch nur für einen Zinssatz bestimmt und die Investition selbst nicht in das LP aufgenommen (s. S. 255f).

HAZELL & NORTON (1986, Abschnitt 4.1) betonen ausdrücklich die Schwierigkeiten, die mit der Implementierung von Investitionen in die Lineare Programmierung verbunden sind. Sie verweisen insbesondere darauf, dass Ein- und Auszahlungen nicht gleichmäßig auf die Nutzungsdauer verteilt seien und betonen die Vorteile mehrperiodischer LPs. Für eine einperiodische Formulierung stellen sie in Abschnitt 12.8 ein Tableau vor. Es basiert auf Annuitäten, berücksichtigt allerdings nur einen Zinssatz.

BRANDES & WOERMANN (1969) beschäftigen sich ausführlich mit Investitionen und ihren Finanzierungen in der Linearen Programmierung. Bei unterschiedlichen Zinssätzen schlagen sie die Bildung eines Kalkulationszinsfußes vor. Der Kalkulationszinsfuß bestimmt sich aus den Zinssätzen und Anteilen der herangezogenen Finanzierungsquellen (gewogenes Mittel). Daher ist bei Aufstellung des Tableaus für jede Investition festzulegen, zu welchen Anteilen sie aus welchen Quellen finanziert wird. Dieses Verfahren ist zweckmäßig, wenn wenige diskrete Investitionsvorhaben berechnet werden. Steht hingegen auch der optimale Umfang von Investitionen im Blickpunkt des Interesses, ist diese Technik nicht anwendbar, weil a priori beispielsweise nicht bekannt ist, ob für jedes Investitionsvolumen auch genügend Eigenkapital für den beabsichtigten Finanzierungsmix vorhanden ist, oder ob das vorhandene Eigenkapital

nicht besser für andere Zwecke verwendet wird. Mit anderen Worten: Kann ein Finanzierungsanteil nicht vorgegeben werden, sondern ist dieser vielmehr selbst Gegenstand der Optimierung, ist es zum Zeitpunkt der Aufstellung des Tableaus unmöglich, einen Kalkulationszinsfuß und damit auch eine Annuität zu berechnen. Auch für dieses Problem schlagen BRANDES & WOERMANN, ausgehend von Überlegungen von KÖHNE (1966), eine Formulierung vor, die allerdings bei alternativen Verwendungsmöglichkeiten des Eigenkapitals suboptimale Ergebnisse liefert.

Im Folgenden wird ein Ansatz entwickelt, der in einperiodischen LPs ohne Kenntnis des Kalkulationszinsfußes eine Investition bei Vorhandensein mehrerer Zinssätze und Opportunitätskosten des Eigenkapitals zulässt, um eine simultane Optimierung von Produktion, Investition und Finanzierung zu ermöglichen. Dabei geht es nur um die korrekte Implementierung der Kosten in den LP-Ansatz, die Leistungen der Investition werden nur am Rande berücksichtigt.

2 Der Programmierungsansatz

In der Investitionsrechnung werden die Kosten von Investitionen im allgemeinen als Annuitäten ausgedrückt. Dieser jährlich gleiche Kostenansatz entspricht dem Kapitaldienst, also Zins plus Tilgung, eines Annuitätendarlehns mit gleicher Laufzeit wie die Nutzungsdauer der Investition (Fristenkongruenz). In Betriebsmodellen der linearen Programmierung lässt sich dieser Ansatz gut übernehmen, wenn zur Finanzierung nur ein Zinssatz in Betracht kommt. Stehen aber z.B. Eigenkapital und Fremdkapital zur Verfügung oder zwei Kredite mit unterschiedlichem Zinssatz, sind die Kapitalkosten a priori nicht mehr bestimmbar. Es kann nicht vorher gesagt werden, mit welchem Kredit eine bestimmte Investition finanziert werden wird, welcher Zinsfuß also zur Bestimmung der Kapitalkosten heranzuziehen ist. Dies gilt insbesondere, wenn mehrere begrenzte Kreditrahmen zur Verfügung stehen sowie der Umfang der Investition selbst Gegenstand der Optimierung ist und es sich nicht nur um eine Ja/Nein-Entscheidung handelt.

Das Beispieltabelleau

Zur Erläuterung diene ein Auszug aus einem LP-Tableau. Der Auszug ist so klein wie möglich gewählt. Er enthält nur eine Produktions- und eine Geldanlagemöglichkeit. Die Produktionsaktivität erhöht über ihren Deckungsbeitrag, der keinen Zinsanspruch enthält, den Zielwert. Zur Finanzierung des Umlaufkapitals ist eine Kreditaufnahme notwendig, wenn kein Startkapital vorhanden ist (dann ist die betriebliche Kapazität b_1 Null). Die maximalen Kredithöhen sind über eine Restriktion begrenzt.

Die Produktion erfordert eine spezifische Investition. Es stehen zwei Kreditformen mit unterschiedlichen Zinsfüßen zur Verfügung. Die Kredite können nicht nur fristenkongruent zur Investitionsfinanzierung aufgenommen werden, sondern auch zur Bereitstellung von Liquidität, die u.a. für das Umlaufkapital der Produktion benötigt wird (s. Liquiditätsrestriktion im Tableau-Ausschnitt).

Tableau-Ausschnitt, Variante 1: Eigen- und Fremdfinanzierung I

ID	Prdn	Inv EK	Inv Kr 1	Inv Kr 2	FinAnl	Kredit 1	Kredit 2	Typ	b
Ziel	$+ DB$	$- Ann_{EK}$	$- Ann_{Kr1}$	$- Ann_{Kr2}$	i_0	$- i_1$	$- i_2$	max	
Liquidität	K_{Umlauf}	?	.	.	1	-1	-1	\leq	b_1
Kapazität	1	-1	-1	-1	.	.	.	\leq	0
Kreditgrenze 1	.	.	A	.	.	1	.	\leq	KOG_1
Kreditgrenze 2	.	.	.	A	.	.	1	\leq	KOG_2
Kreditsumme	.	.	-1	-1	.	-1	-1	free	.

Die Leistung der Investition wird über die Produktion berücksichtigt, die durch sie ermöglicht wird. Die Kosten der Investition hängen von der Finanzierungsform ab. Daher wird die Investitionsaktivität aufgeteilt (BRANDES & WOERMANN, 1969, S. 118). Das gleiche physische Investitionsobjekt erscheint drei Mal im Tableau, für jede mögliche Finanzierungsform ein Mal (Inv EK, Inv Kr 1, Inv Kr 2, s. Variante 1). Jede dieser „Investitionsaktivitäten“ wirkt sich in Höhe ihrer spezifischen Annuität negativ auf den Zielwert aus.

Die fremdfinanzierten Investitionsaktivitäten haben im Tableau keinen Einfluss auf die Liquidität und dürfen ihn auch nicht haben. Denn wären fremdfinanzierte Investitionen liquiditätswirksam, müsste die in Anspruch genommene Liquidität durch Kreditaufnahme refinanziert werden, und eine Investition würde den Zielwert neben der Annuität zusätzlich um die Kosten der Liquiditätsbereitstellung ($A \cdot i$) verringern. Diese Doppelzählung der Zinsen wird durch die Formulierung der fremdfinanzierten Investitionen als nicht liquiditätswirksam vermieden.

Dennoch verringert eine Investition, die mit Fremdkapital finanziert wird, den Kreditspielraum in Höhe ihres Anschaffungspreises. Dies wird durch die Zeilen „Kreditgrenze 1“ und „Kreditgrenze 2“ gewährleistet. Die Kapazität „ KOG_1 “ (Kreditobergrenze 1) wird z.B. durch Investitionen, die mit billigem Kredit finanziert werden, und durch sonstige Kreditaufnahme 1 (z.B. für das Umlaufkapital) in Anspruch genommen.

Dieses Verfahren garantiert eine richtige Erfassung der Kosten fremdfinanzierter Investitionen und damit insofern optimale Investitionsumfänge. Die Kreditspielräume werden durch die Investitionen korrekt in Höhe des Anschaffungspreises vermindert.

Ein Problem bleibt die Implementierung einer Investition aus Eigenkapital. Sie vermindert den Zielwert in Höhe ihrer Annuität. Die Annuität beinhaltet die Opportunitätskosten des eingesetzten eigenen Kapitals. Da nur so viel eigenfinanziert werden kann, wie Mittel vorhanden sind, ist es erforderlich, die Investition aus Eigenmitteln an die verfügbare Liquidität zu binden (Liquidität im Sinne von baren Mitteln). Geld, das für Investitionen verwendet wurde, kann selbstverständlich nicht noch ein zweites Mal für andere Zwecke ausgegeben werden, z.B. kann es nicht zinsbringend angelegt werden. Dies kann berücksichtigt werden, indem in Variante 1 das Fragezeichen („?“) durch die Anschaffungsauszahlung ersetzt wird. Doch diese Formulierung führt zu einem Problem. Vergleichen wir zwei Szenarien: Den Betrieben X und Y stehen jeweils 100 TDM zur Verfügung. X legt das Geld zu 10% an und erzielt einen Gewinn von 10 TDM. Y erwirbt eine Maschine für 100 TDM. Im Vergleich zu X verliert er durch die Anschaffung die Zinseinnahmen in Höhe von 10 TDM und wird zusätzlich bei diesem Verfahren durch die Annuität der Investition belastet. Investitionen mit Eigenkapital wirken sich also bei dieser Vorgehensweise doppelt auf den Zielwert aus, einmal über die Annuität und einmal über den Verlust von Zinseinnahmen.

Bei Investitionen aus Eigenkapital daher den Zinsanteil in der Annuität wegzulassen, brächte zwar eine Verbesserung; sie würde aber nicht ausreichen: Ist eine eigenfinanzierte Investition in Höhe der Anschaffungsauszahlung liquiditätswirksam, verringert sich durch die Investition der Zielwert um das Produkt aus Anschaffungswert und Zinssatz für Eigenmittel, also doppelt so stark, wie es den gewünschten Kosten entspricht. Diesem Problem kann begegnet werden, indem eine Hilfsvariable eingefügt wird.

Hilfsvariable für Eigenkapital-Investitionen

Wird in der ersten Tableauvariante das Fragezeichen („?“) durch die Anschaffungsauszahlung ersetzt, bewirken Investitionen aus Eigenkapital Opportunitätskosten von $A \cdot i$.¹ Durch eine Hilfsvariable können diese Opportunitätskosten ausgeglichen werden, um eine Doppelzählung der Zinsen zu vermeiden. Im Zusammenspiel mit der Zeile „EK-Korrektur“ erhöht die Hilfsvariable den Zielwert bei Investitionen aus Eigenkapital genau um die Höhe der entgangenen Zinseinnahmen (vgl. Variante 2).

¹ Gleichzeitig reduzieren sie den Zielwert in Höhe ihrer Annuität (s.o.).

Tableau-Ausschnitt, Variante 2: Hilfsvariable für Eigenkapital-Investitionen

ID	Prdn	Inv EK	Inv Kr 1	Inv Kr 2	EntgZi	FinAnl	Kredit 1	Kredit 2	Typ	<i>b</i>
Ziel	+DB	- Ann _{EK}	- Ann _{Kr1}	- Ann _{Kr2}	<i>i</i> ₀	<i>i</i> ₀	- <i>i</i> ₁	- <i>i</i> ₂	max	
Liquidität	<i>K</i> _{Umlauf}	<i>A</i>	.	.		1	- 1	- 1	≤	<i>b</i> ₁
EK-Korrektur	.	- <i>A</i>	.	.	1	.	.	.	≤	0
Kapazität	1	- 1	- 1	- 1	≤	0
Kreditgrenze 1	.	.	<i>A</i>	.	.	.	1	.	≤	<i>KOG</i> ₁
Kreditgrenze 2	.	.	.	<i>A</i>	.	.	.	1	≤	<i>KOG</i> ₂
Kreditsumme	.	.	- <i>A</i>	- <i>A</i>	.	.	- 1	- 1	free	.

Die Hilfsvariable „Entgangene Zinsen“ („EntgZi“) liefert einen positiven Zielbeitrag, ihr Zielfunktionskoeffizient entspricht dem Habenzins. Die Variable kann über die Restriktion „EK-Korrektur“ genau im Umfang der Investitionen aus Eigenkapital realisiert werden. Abstrahierend von anderen Verknüpfungen erhöht eine Investition aus Eigenkapital also den Zielwert um *A* · Habenzins und gleicht damit exakt den Zinsverlust aus, der durch die Liquiditätswirksamkeit der EK-Investition entsteht, weil z.B. weniger Finanzanlagen getätigt werden können. Summa summarum belastet eine Investition aus Eigenkapital den Zielwert also nur in Höhe der Annuität.

3 Zusammenfassung

Im vorigen Kapitel wurde eine Formulierung für ein einperiodisches LP-Modell entwickelt, das simultane Produktions-, Investition- und Finanzierungsprogramm optimiert. Voraussetzung sind eine fristenkongruente Finanzierung und ausschließlich variable Reparaturkosten, weil diese im Deckungsbeitrag berücksichtigt werden können. Das Modell genügt insbesondere folgenden Anforderungen:

- Investitionen werden mit den kalkulatorischen Jahreskosten belastet.
- Investitionen aus Eigenkapital verringern die baren Mittel in Höhe ihres Anschaffungspreises.
- Die Kreditbelastung wird richtig ausgewiesen und der Kreditspielraum nicht überschritten.

Auf eine Einschränkung der Aussagefähigkeit der Tableaus sei hingewiesen. Der in ihnen bestimmte Zielwert ist nicht deckungsgleich mit dem Gewinn. Dazu sind Anschlussrechnungen erforderlich.

4 Literaturverzeichnis

- BOKELMANN, WOLFGANG (1993): *Früherkennung von Unternehmenskrisen*. Unveröffentlichte Habilitationsschrift, Hannover .
- BRANDES, WILHELM & EMIL WOERMANN (1969): *Landwirtschaftliche Betriebslehre. Band 1: Allgemeiner Teil. Theorie und Planung des landwirtschaftlichen Betriebes*. 2. Aufl., Hamburg, Berlin: Parey.
- DOMSCHKE, WOLFGANG & ANDREAS DREXL (1991): *Einführung in Operations Research*. 2. Aufl., Berlin: Springer.
- EISELT, HORST A. & HELMUT VON FRAJER (1977): *Operations research handbook*. Berlin: de Gruyter.
- GAL, TOMAS (Hg.) (1991): *Grundlagen des Operations Research*. 3. Aufl., Band 1, Berlin: Springer.
- HAZEL, P. B. R. & R. D. NORTON (1986): *Mathematical Programming for economic analysis in agriculture*. New York: MacMillan Publishing Company .
- HILLIER, FREDERIK S. & GERALD J. LIEBERMANN (1988): *Operations research*. 4. Auflage, München: Oldenbourg.

- KÖHNE, MANFRED (1966): *Theorie der Investition in der Landwirtschaft*. Berichte über Landwirtschaft, 182. Sonderheft. München, Berlin: Parey.
- KÖHNE, MANFRED (1968): *Die Verwendung der linearen Programmierung zur Betriebsentwicklungsplanung in der Landwirtschaft*. Agrarwirtschaft, Sonderheft 25. Hannover: Strothe.
- KREKÓ, BÉLA (1974): *Optimierung, nichtlineare Modelle*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- NEUMANN, KLAUS & MORLOCK, MARTIN (1993): *Operations Research*. München: Hanser.
- NEUMANN, KLAUS (1975): *Operations Research Verfahren*. Band 1, München: Hanser.
- REISCH, ERWIN & JÜRGEN ZEDDIES (1992): *Einführung in die landwirtschaftliche Betriebslehre*. Band 2: Spezieller Teil, 3. Aufl. Stuttgart: Ulmer.
- STEINHAUSER, HUGO, CAY LANGBEHN & UWE PETERS (1989): *Einführung in die landwirtschaftliche Betriebslehre*. Band 1: Allgemeiner Teil. 4. Aufl. Stuttgart: Ulmer.
- WITTE, THOMAS, JÖRG FRIEDER DEPPE & AXEL BORN (1975): *Lineare Programmierung*. Wiesbaden: Gabler.

5 Abkürzungsverzeichnis

A	Anschaffungspreis	Ab	Abschreibung
Ann_{EK}	Annuität bei Finanzierung mit Eigenkapital		
Ann_{Kr1}	Annuität bei Finanzierung mit Kredit 1, $Ann_{EK} < Ann_{Kr1}$		
Ann_{Kr2}	Annuität bei Finanzierung mit Kredit 2, $Ann_{Kr1} < Ann_{Kr2}$		
b	betriebliche Kapazität, auch Right Hand Side (RHS) genannt	DB	Deckungsbeitrag ohne Zinskosten
EK	Eigenkapital	$EntgZi$	Entgangene Zinsen
$FinAnl$	Finanzanlagen, z.B. Wertpapiere	i_1, i_2	Kreditzinsen
Inv EK	Investitionen, die mit Eigenkapital finanziert werden		
Inv Kr 1	Investitionen, die mit Kredit 1 finanziert werden		
Inv Kr 2	Investitionen, die mit Kredit 2 finanziert werden		
K_{Umlauf}	notwendiges Umlaufkapital für die Produktion		
KOG	Kreditobergrenze	N	Nutzungsdauer
$Prdn$	Produktion	Zi	Zinsanspruch